

学校编码: 10384

分类号_____密级_____

学号: 200410027

UDC _____

廈門大學

碩 士 学 位 论 文

Copula 函数的比较及在 VaR 度量中的应用研究

The Comparisons of Copula Functions and its Application in
VaR Measurement

林 莹

指导教师姓名: 朱 建 平 教授

专 业 名 称: 数 量 经 济 学

论文提交日期: 2007 年 3 月

论文答辩日期: 2007 年 月

学位授予日期: 2007 年 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2007 年 3 月

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学学位论文原创性声明

兹呈交的学位论文，是本人在导师指导下独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考的其他个人或集体的研究成果，均在文中以明确方式标明。本人依法享有和承担由此论文产生的权利和责任。

声明人（签名）：

年 月 日

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人完全了解厦门大学有关保留、使用学位论文的规定。厦门大学有权保留并向国家主管部门或其指定机构送交论文的纸质版和电子版，有权将学位论文用于非赢利目的的少量复制并允许论文进入学校图书馆被查阅，有权将学位论文的内容编入有关数据库进行检索，有权将学位论文的标题和摘要汇编出版。保密的学位论文在解密后适用本规定。

本学位论文属于

1、保密（ ），在 年解密后适用本授权书。

2、不保密（ ）

（请在以上相应括号内打“√”）

作者签名：

日期： 年 月 日

导师签名：

日期： 年 月 日

厦门大学博硕士论文摘要库

摘 要

相关性的研究在金融数量分析上具有相当重要的作用。如今单一资产风险的度量已经不能满足投资的需求，学界越来越关注于组合的风险，而资产间相依结构在很大程度上影响着 VaR 的准确度量。近些年发展起来的 Copula 函数理论，作为一种新的衡量金融变量之间相依结构的工具，与过去的传统研究方法比较起来，具有更加准确和灵活的优势。

通过对国内外该领域研究分析，我们发现目前国内对于 Copula 函数的比较和实证方法的研究还较少。因此本文在对 Copula 函数理论进行阐述的基础上，对于两大类 Copula 函数族——椭圆 Copula 函数族和 Archimedean copula 函数族——做了分析比对，并着重介绍常用的几种具体 Copula 函数，总结出各自的特征，以便于在应用时，针对不同数据选择合适的经验 Copula 函数，同时也比较概括了一些 Copula 函数参数估计的方法。另一方面，文章对 VaR 方法度量做了详尽的探讨，对目前常用的 VaR 方法，包括参数法和模拟法，归类概述的同时，指出 VaR 计算以及相关度度量中存在的问题，提出了将 Copula 函数引入蒙特卡罗模拟 VaR 的方法。在对理论分析的基础上，使用上证和深证指数的收益率做实证分析，取得较过去方法更为准确的 VaR 值，并且从事后检验的结果上看，引入 Copula 函数的蒙特卡罗模拟方法相对于过去传统的蒙特卡罗模拟，更容易捕捉到尾部极值，从而避免对风险极值的拟合不当引起的失误，得到更准确的 VaR 并有效控制了风险。此外，在文章最后也提出了一些 Copula 函数应用和理论上的不足之处，毕竟它的理论发展时间还比较短，需要在应用的同时不断完善其理论体系。

关键词：Copula 函数；相依结构；VaR

厦门大学博硕士论文摘要库

Abstract

The research of correlation is playing a critical role in financial quantitative analysis. As in nowadays, the estimation of single asset risk could no long meet the needs of investment, researches into the risk of investment portfolio is gaining more and more attention among the academic world. In this circumstance, the measurement of VaR is depending greatly on the structure correlation of different assets. Numbers of methods have been carried out to fulfill the need of correlation assessment. Copula, a new tool for evaluating the structure correlation between financial variables, has been developed in recent years. Compared to traditional research methods, Copula shows itself as more precise and flexible.

At the beginning of this dissertation, a thorough literature review was conducted on Copula researches both from domestic and overseas. It was found that the comparison between different Copula functions were very limited in China. Besides, the empirical analysis of Copula received little attention. Therefore, based on the basic theories of Copula, this dissertation analyzed and compared two main classes of Copula functions – Elliptical Copulas and Archimedean Copulas. It also focused on some of the popular Copula functions, specifying their own features. The purpose of this was to provide the support for practical use of Copula, so that when coming across a specific set of data, we can choose the proper Copula function based on our experience. In addition, the estimation methods for parameters of Copula were also described in this part of the dissertation and a comparison was made between them.

In the next part of the dissertation, a full summarization on VaR estimation methods was given. It generalized the main measuring methods by categorization, including parameter approaches and simulation methods. Additionally, problems of the previous measuring methods were pointed out. These disadvantages had influenced the reliability of both VaR results and the estimation of correlation. In order to overcome these problems, Copula was introduced into one of the assessing tools - Monte Carlo Simulation.

To testify the effect of estimating VaR with Copula, empirical analysis was used for the Rate of Return for indices of Shanghai and Shenzhen Stock market. It was found that by introducing Copula, the result was more reliable than those from previous methods. Furthermore, the back-testing outcome shows that compared to the traditional Monte Carlo Simulation method, the new approach with Copula can easily grasp the tail value. This enabled us to avoid the deviation that might be caused by the improper simulation of extreme VaR. Thus we can better evaluate VaR and control the risk.

At last, the dissertation analyzed the limitations of Copula, both in its existing theories and its practical applications. Copula was still at its early stage. It has been such a short time since Copula was developed that it was difficult to be perfect. This required us to complement its theoretical system when applying it into practice.

Keywords: Copula function; Dependence structure, VaR

目录

第一章 引言	1
第二章 Copula 函数的基本理论及文献回顾	4
2.1 Copula 函数的基本理论	4
2.1.1 Sklar 定理	4
2.1.2 Copula 函数与尾部相依的关系	5
2.1.3 Copula 函数与其他相关性度量之间的关系	7
2.2 文献回顾	7
2.2.1 国外研究现状回顾	7
2.2.2 国内研究状况回顾	8
第三章 几种 Copula 函数的比较及参数估计方法	10
3.1 几种 Copula 函数的对比	10
3.1.1 椭圆 Copula 函数族	10
3.1.2 Archimedean copula 函数族	12
3.2 Copula 函数的参数估计	14
3.2.1 最大似然法(the maximum likelihood (ML) method)	14
3.2.2 边际分布推导法(the method of Inference Functions for Margins(IFM))	15
3.2.3 CML(the Canonical Maximum Likelihood method)方法	15
3.2.4 对于 Archimedean copula 的参数估计	15
第四章 风险度量 VaR 的基本概念以及存在的问题	17
4.1 VaR 的基本概念	17
4.2 VaR 的计算方法	17
4.2.1 协方差矩阵法	18
4.2.2 历史模拟法	20
4.2.3 蒙特卡罗模拟方法	22
4.2.4 多变量的蒙特卡罗模拟	22

4.3	传统 VaR 计算中存在的问题	23
4.3.1	模型设定的偏差.....	23
4.3.2	相关系数的缺陷.....	24
4.4	Copula 函数的优势.....	25
4.5	引入 Copula 函数的蒙特卡罗模拟方法	25
4.6	VaR 的事后检验.....	27
4.7	Copula 函数在压力测试中的应用	28
4.8	Copula 函数在信用风险方面的应用	29
第五章	实证分析及结论	30
5.1	数据处理	30
5.1.1	基本统计指标和时间序列图.....	30
5.1.2	正态性检验与自相关和偏自相关检验.....	30
5.1.3	相关性分析.....	34
5.1.4	散点图分析.....	34
5.2	VaR 模型结果比较.....	35
第六章	文章总结及存在问题	38
6.1	文章总结	38
6.2	存在问题	38
6.2.1	多维 Copula 函数的应用问题	38
6.2.2	单一 Copula 函数的应用问题	39
参考文献	40
致 谢	44

Contents

Chapter 1 Introduction	1
Chapter 2 Copula theories and literature review	4
2.1 Theories of Copular.....	4
2.1.1 Sklar's theorem	4
2.1.2 The relationship between Copula and Tail Dependence.....	5
2.1.3 Copula and other measurements of correlation	7
2.2 Literature review	7
2.2.1 Researches from overseas	7
2.2.2 Researches in China	8
Chapter 3 Comparison of different Copulas & parameter estimation	10
3.1 Comparison of several Copula functions	10
3.1.1 Elliptical Copulas.....	10
3.1.2 Archimedean Copulas	12
3.2 Parameter estimation	14
3.2.1 The maximum likelihood (ML) method	14
3.2.2 The method of Inference Functions for Margins(IFM)	15
3.2.3 The Canonical Maximum Likelihood (CML) method	15
3.2.4 Parameter estimation of Archimedean copula	15
Chapter 4 VaR concept and existing problems	17
4.1 The concept of VaR.....	17
4.2 Methods of calculation of VaR.....	17
4.2.1 Covariance Matrix Method	18
4.2.2 History Simulation	20
4.2.3 Monte Carlo Simulation.....	22

4.2.4	Monte Carlo Simulation with multiple risk factors	22
4.3	Problems of the existing calculation methods	23
4.3.1	Deviation from model specification.....	23
4.3.2	Weaknesses of the correlation coefficient.....	24
4.4	Advantages of Copula	25
4.5	Copula-based Monte Carlo Simulation	25
4.6	Back-Testing of VaR	27
4.7	Copula in Pressure Test.....	28
4.8	Copula in credit risks researches	29
Chapter 5	Empirical analysis & Conclusion.....	30
5.1	Data analysis	30
5.1.1	Basic statistical indexes and time series images	30
5.1.2	Normality test and autocorrelation & partial autocorrelation test	30
5.1.3	Correlation analysis	34
5.1.4	Scattergram analysis	34
5.2	Result comparison between VaR models.....	35
Chapter 6	Summary and limitations.....	38
6.1	Summary	38
6.2	Limitations of Copula	38
6.2.1	Problems of Multi-variate Copula	38
6.2.2	Problems of Single-variate Copula	39
Bibliography	40
Acknowledgement	44

第一章 引言

长期以来，现代金融研究已经越来越倾向于使用数理方法来量化和衡量，并且这种数理方法很大程度上依赖于统计建模，通常建立在一些基本假定之上。比如，在度量多个金融资产的回报率，通常假设它们服从多元联合正态分布，然后在这些假定的基础上再做后续的研究。一个模型建立的有效与否，不仅取决于模型本身的构建，还要求模型的假设符合实际。

金融工具常常基于一个以上的金融资产，例如多因素型期权或者多资产的投资组合，这些被广泛使用的金融工具都需要被准确定价或是进行风险管理。这些金融资产作为一个整体，它们的风险不是独立的，而是有着相当复杂的相依风险。因此，需要构建灵活的多元模型来解决。

然而，在实际应用中，我们发现过去普遍使用的正态分布的假定是不准确的，金融资产的联合收益通常并不符合多元正态分布，单个金融资产的回报率也不服从正态分布，而是呈现尖峰厚尾的形状。在过去，有时为了研究的简便，甚至假设资产之间的风险是独立的。但是，这些假定如果与实际数据的偏差过大，将会导致整个模型的失效。

另一方面，对于资产的相关性度量，过去常用的线性相关系数或者秩相关系数也不再能够准确完整的反映资产之间相依的程度，特别是椭圆分布以外的相依结构度量。因此，需要更加准确且灵活可行的方法的出现，来解决这种现状。

我们知道，一个多元模型有两个重要组成部分：一个是各变量自身的特性，这一部分可以用边际分布来表示；另一个重要部分就是资产之间的相依结构。过去方法的局限在于一旦确定了联合分布，就无法将这两个部分区分来建立模型，必须合并起来解决。而对于大部分数据，这种合并的联合分布模型并不能很好的拟合数据的特征。于是，对于资产之间相依结构如何能够独立解决，成为了目前研究迫切需要解决的问题。

最早在上世纪 40 年代初期，Hoeffding 就提出构建相依结构的想法。然后在 1959 年，Abe Sklar 定义一种在多元联合分布中连接各边际分布的函数，并称它作 Copula 函数。此后，Copula 函数开始被大家所认知。但当时只是作为数

学或统计学上的一个概念，并未受到广泛关注。直到 90 年代后期，Copula 函数开始应用到金融领域，并主要用于衡量保险精算上的损失和金融资产相关性及风险度量方面。在应用的同时也促进了 Copula 函数本身理论的不断发展和完善。

本篇论文针对于过去相依结构度量的缺陷，在研究 Copula 函数性质的基础上，特别将 Copula 函数与 VaR 的应用相结合，并做实证研究。结果显示了 Copula 函数在对相关性度量和尾部极值的捕捉方面，明显优于过去 VaR 计算方法。文章主要分为六章，安排如下：

第一章为引言，对文章的研究目的、总体框架以及创新之处做了简要介绍。

第二章引入 Copula 函数的基本概念和相关理论，并对此前 Copula 函数的研究状况进行总结综述。从中我们发现，较多的研究只是集中于强调 Copula 函数的优越性，但较少有专门针对于不同 Copula 函数性质的比较，且对使用 Copula 函数的具体方法也没有做详尽介绍。

第三章我们介绍了两大类 Copula 函数族——椭圆 Copula 函数族和 Archimedean copula 函数族——各自定义及其特点，并针对几种常用且具有代表性的 Copula 函数进行比较，总结出不同 Copula 函数的特点及适用范围，以便于在做实证过程中，对经验 Copula 函数的选取。同时也总结了大部分 Copula 函数的参数估计方法。

第四章将对风险度量 VaR 做详细介绍，并对 VaR 计算的常用方法做分析，比较其优劣，提出过去 VaR 计算和相关性度量中存在的问题以及引入 Copula 函数在蒙特卡罗模拟应用中的新方法。这种新的模拟方法能够弥补过去 VaR 计算中的缺陷，并且是一种简单可行的方法；最后对 Copula 函数在压力测试和信用风险中的应用也做了简单概述，指出 Copula 函数在其他领域的应用前景。

第五章，采用中国上海证券市场和深圳证券市场的指数数据，对数据做了初步整理和分析，使用新的蒙特卡罗模拟方法计算风险价值 VaR，并做事后检验，以说明 Copula 函数的确比过去 VaR 的计算方法的精度上有所提高，因此，这种引入 Copula 函数的蒙特卡罗模拟方法是准确可行的。同时，在实证研究的部分我们也比较了不同 Copula 函数的拟合效果，以验证文章第三章对于 Copula 函数比较的结论。

第六章在对全文进行总结的同时，也指出了对 Copula 函数这个新理论的不

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库